

Vectoranalyse/Wiskunde 3

Tentamen, 29 januari 2003

Zet op elk ingeleverd blad duidelijk je eigen naam. Zet ook op het eerste blad je studentnummer. De getallen tussen haakjes zijn de punten die je voor deze opgave kunt krijgen. Je krijgt 4 punten gratis.

1. Laat de functie f gegeven zijn door $f(x, y, z) = x + y + z$. En laat $g_1(x, y, z) = x^2 - y^2 + 2z$ en $g_2(x, y, z) = 2x + y - 1$.
 - a. (4) Bepaal met behulp van Lagrange multiplicatoren de extrema van f onder de twee condities $g_1 = g_2 = 0$.
 - b. (5) Bepaal de extrema en de aard van de extrema van f onder de ene conditie $g_1 = 0$ met behulp van een tweede orde test.
2. Laat V het gebied zijn gegeven door $V = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid 2x^2 + 2y^2 \leq z \leq 2\}$ en laat ∂V de rand van V zijn.
 - a. (3) Teken V .
 - b. (3) Bepaal $\iiint_V x dx dy dz$.
 - c. (3) Bepaal de oppervlakte van ∂V .
3. Laat $\mathbf{F} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ gegeven zijn door $\mathbf{F} : (x, y, z) \mapsto (4yz, 2xz, 3yx)$ en laat $S = \{(x, y, z) \mid x^2 + y^2 + 2z^2 = 1, z \geq 0\}$.
 - a. (3) Geef een parametrisering van de rand ∂S van S .
 - b. (4) Bereken $\iint_S \text{rot}(\mathbf{F}) \cdot d\mathbf{S}$.
 - c. (4) Bereken $\int_{\partial S} \text{rot}(\mathbf{F}) \cdot ds$.
4. Gegeven is de integraal $I = \int_1^2 \int_{\log x}^{x^2} y dy dx$
 - a. (3) Schets het integratie-gebied.
 - b. (4) Bereken I .